Det gyldne snit, forløb i 1. g

Mål

- Træne at skrive elementære matematiske tekster på computer inkl. billeder, formler og tabeller
- Bruge geometriprogram
- Læse en elementær tekst selv om et fagligt emne, her det gyldne snit

Rammer og vilkår
6 timer
Afslutningsprodukt: Max. 2 sider tekst derudover figurer. Teksten skal være rettet mod elev på tilsvarende trin. Produktet kommenteres af de andre elever.
Eleverne sætter sig selv ind i det matematikfaglige, men de undervises i brug af geometriprogram. De undervises også i, hvordan man skriver formler, laver tabeller og indsætter billeder.

Aktiviteter
Eleverne præsenteres for problemformuleringen samt formålet med forløbet.

Eleverne starter med at læse selv om det gyldne snit, fx kap. 1 i 'Det gyldne snit' af Jesper Frandsen, Systime 1991. De besvarer små spørgsmål til teksten, herunder skal de lave simple konstruktioner med det gyldne snit i hånden samt indtegne det gyldne snit på et eller flere udvalgte billeder, fx Albrecht Durer "The Adoration of the Magi" 1504 (http://www.albrecht-durer.org/Adoration-Of-The-Magi.html).

Derefter demonstrerer læreren brugen af et geometriprogram (fx geogebra) eller brug af lommeregner til geometriske konstruktioner, og eleverne eksperimenterer selv med størrelsen af det gyldne snit samt at konstruere dette.

Så introducerer læreren, hvorledes man indsætter formler i et tekstbehandlingsprogram, kopierer billeder ind i teksten, tegner på billeder osv.

Problemformulering:

Fortæl om det gyldne snit og giv en definition af dette. Beskriv hvorledes det gyldne snit kan konstrueres, gerne med eksempler. Forklar om sammenhængen mellem det gyldne snit og kunst og/eller arkitektur og giv eksempler på dette.
Teksten skal indeholde formler, billeder, billeder med det gyldne snit indtegnet og tabeller, samt være skrevet så en anden elev i 1. g kan læse det uden at vide noget om det gyldne snit på forhånd.

Evaluering

Teksterne læses og kommenteres af en anden gruppe. Teksten rettes til, og det tilrettede læses af læreren.
Der gives ikke karakterer.
Succeskriteriet er, at eleverne laver nogle pæne og forståelige tekster.

Det gyldne snit, forløb i 2. g

Mål

- Eleverne skal selv lave små beviser og formidle dem skriftligt.
- Konstruere små eksempler selv.
- Eleverne skal bevidstgøres om matematiske metoder, her deduktiv kontra induktiv metode.

Rammer og vilkår

10 timer.

Aflevering med løsning af 2. gradsligningen, et eller flere beviser og egne eksempler.

Aktiviteter

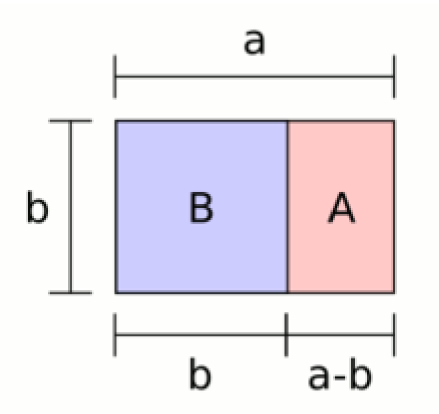
Eleverne skal opstille og løse 2.gradsligningerne. De læser dette selv f.eks. efter Bjørn Grøns noter fra emu'en s. 2 - 7. Noterne er bygget op med mange øvelser undervejs, som eleverne laver selv undervejs. De arbejder selvstændigt og i grupper. Undervejs laver de også selv små geometriske konstruktioner, også i andre geometriske figurer.

Derefter skal eleverne selv prøve sig frem med at finde det gyldne snit i geometriske figurer samt i hverdagsting og/eller billeder.

Eleverne præsenteres for Fibonaccitallene og opskriver de første 12 tal. Derefter udregner eleverne forholdet mellem de to foregående tal og opdager, at dette nærmer sig det gyldne snit.

Så introducerer læreren begreberne induktiv og deduktiv, samt diskuterer disse metoder og deres brug med eleverne.

Eleverne arbejder med deres aflevering. De udvælger selv hvilke beviser, de vil have med jf. problemformuleringen, samt konstruerer eksempler selv.



Problemformulering

I skal præsentere det gyldne snit og give et eksempel på konstruktion af dette. Så skal I løse de gyldne 2. gradsligninger. I skal bevise to selvvalgte egenskaber for Φ og /eller Φ'. Desuden skal I lave nedenstående opgave. I skal også give mindst et eksempel fra hverdagen på, hvor man kan møde det gyldne snit. Eksemplet skal I selv finde.

Som opgaver kan man både bruge konstruktionsopgaver og små beviser. Dette giver en mulighed for at lave undervisningsdifferentiering. Man kan også udlevere et bevis med 'blanke punkter' i, som eleverne så selv skal udfylde resten.

Eksempler på beviser:

1. Vis at $1 + \Phi^{-3} = \Phi(1 - \Phi^{-3})$.
2. Vis at $(\Phi + 1)(\Phi - 1) = \Phi$.
3. Vis at $\frac{1}{\Phi^2} = 1 - (\Phi - 1)$
4. Den korte side i en gylden trekant har længden a. Angiv, udtrykt ved Φ, længden af de to længste sider.
5. De lange sider i en gylden trekant har længden a. Angiv, udtrykt ved Φ, længden af den korte side.
6. I den gyldne trekant ΔABC, hvor siden BC er den korte side, indtegnes vinkelhalverings-linien fra B. Denne skærer siden AC i punktet D.
   Angiv forholdet mellem arealerne af ΔABC og ΔBDC.

Andre forslag kan fx findes i Jesper Frandsen, De(t) gyldne snit.

Evaluering

Produktet er en skriftlig aflevering til læreren på max. 5 sider. Læreren retter og kommenterer. Der gives karakterer.

Det gyldne snit, forløb i 3. g

Mål

- Læse og forstå en historisk matematisk tekst og oversætte det til nutidens matematisk sprog
- Styrke elevernes bevistekniske evner (induktionsbeviser og rekursionsbeviser)
- Øge elevernes metodebevidsthed

Rammer og vilkår

Et forløb med 10 moduler á 95 min.

Aktiviteter

Læreren introducerer Fibonaccitallene og fortæller om sammenhængen med det gyldne snit. Derefter gennemgår læreren små beviser af forskellige typer, fx direkte bevis, induktionsbevis og rekursionsbevis. Eleverne læser beviserne og træner dem mundtligt ved at fremlægge for hinanden i små grupper.

Derefter læser eleverne selv en original matematisk tekst og oversætter det til nutidigt sprog. Dette gøres i grupper. Det kunne være kaninproblemet eller hestekøbsopgaverne i Liber Abaci af Fibonacci (se fx Kilder og kommentarer til ligningernes historie, Kirsti Andersen, Trip 1986, s. 135ff), eller beviset for Euklid II, sætning 11 (se fx Jesper Frandsen, De(t) gyldne snit s. 153).

Nu får grupperne forskellige sætninger, som de selv skal lave et lille induktionsbevis for. Arbejdet afleveres og læreren retter det. Det kunne fx være:

1. Bevis formlen $F_1 + F_3 + F_5 + \ldots + F_{2n-1} = F_{2n}$
2. Bevis formlen $F_2 + F_4 + F_6 + \ldots + F_{2n} = F_{2n+1} - 1$
3. Bevis formlen $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
4. Bevis formlen $F_nF_{n+1} - F_n^2 = F_nF_{n-1}$

Andre forslag kan fx findes i Jesper Frandsen, De(t) gyldne snit.

Bagefter gennemgår eleverne beviserne i matrixgrupper for hinanden. Samtidig udleveres det rettede skriftlige arbejde til de andre elever.

Succeskriteriet er, at de andre elever kan læse og forstå beviserne.

Evaluering

Skriftlig aflevering til læreren, der kommenterer. Eleverne retter det skriftlige, der derefter kopieres og gives til de andre elever i forbindelse med gennemgangen af beviserne.

Litteraturliste:

Bjørn Grøn: Noter til *Det gyldne snit og Fibonaccitallene*, placeret på www.emu.dk
Jesper Frandsen, De(t) gyldne snit – i kunst, natur og matematik, Systime, 2. udgave 1999.
Kilder og kommentarer til ligningernes historie, Kirsti Andersen, Trip 1986.