

Opgave 225 (December 2005)

a. Vi ser på tallene a og b defineret ved

$$a = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{2^2} + \sqrt{2^3} + \dots + \sqrt{2^{2n+1}} \quad \text{og} \quad b = -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2^2} + \sqrt{2^3} - \dots + \sqrt{2^{2n+1}} .$$

Vis, at $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ er et naturligt tal.

b. Bestem de rationale løsninger (a,b) til ligningen

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = 2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} .$$

c. Vis, at tallet

$$\underbrace{444\dots4}_{2004} - \underbrace{888\dots8}_{1002} ,$$

hvor cifferet 4 optræder 2004 gange og cifferet 8 1002 gange, er et kvadrattal.

(Indsendelsesfrist: 10/1-2006)

Løsningen sendes som almindelig post til:

Jens Carstensen, Frederik d. VI's Allé 10, 2000 Frederiksberg

Besvarelsen skal være fremme senest d. 10. i efterfølgende måned.