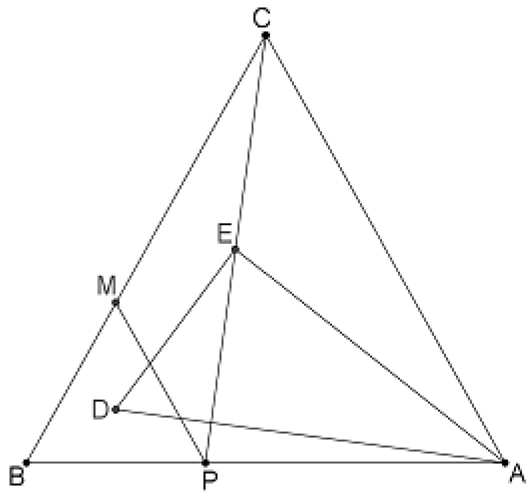
Svar på opgave 268 (Marts 2010)

Opgave:

I den ligesidede ΔABC skærer en linje parallel med AC siderne AB og BC i P og M.
Desuden er D centrum for den ligesidede ΔBPM og E midtpunkt af CP.

Bestem vinklerne i ΔADE.



Besvarelse:

Vælg Q på CA og konstruer ΔCQN kongruent med ΔBMP og lad F være centrum for ΔCQN. Så er $DP \parallel CF$ og desuden er $DP = CF$. Derfor er ▱$CFPD$ et parallelogram, hvis diagonaler halverer hinanden, og da E er midtpunkt af diagonalen CP, er E også midtpunkt af diagonalen DF, så D, F og E ligger på linje.

Dernæst ser vi på ΔABD og ΔACF. I disse trekanter er

$$BD = CF \ , \ AB = AC \quad \text{og}$$
$$\angle ABD = \angle ACF = 30^\circ \quad .$$

Derfor er trekanterne kongruente, så $AD = AF$. Videre er

$$\angle DAF = \angle DAC + \angle CAF =$$
$$\angle DAC + \angle DAB = \angle BAC = 60^\circ$$

Dermed er ΔADF ligesidet. Da E er midtpunkt af en af dens sider, er den 'halve' ΔADE en 30°-60°-90°-trekant.