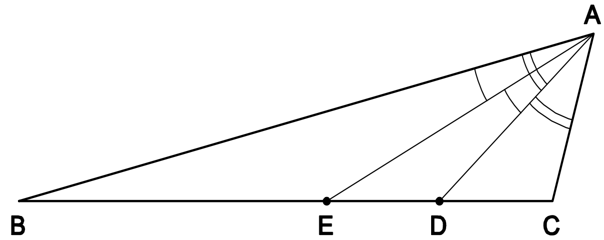
Svar på opgave 227 (Februar 2006)

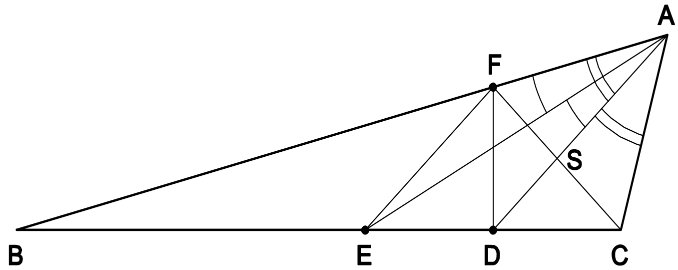
Opgave:



I ΔABC er $A = 60°$ og $C > 60°$. Punkterne D og E ligger på BC, så AD er vinkelhalveringslinje for $\angle BAC$ og AE vinkelhalveringslinje for $\angle BAD$. Desuden er $CD = DE$.

Bestem $\angle BCA$.

Besvarelse:



I ΔABC er $A = 60°$ og $C > 60°$. Punkterne D og E ligger på BC, så AD er vinkelhalveringslinje for $\angle BAC$ og AE er vinkelhalveringslinje for $\angle BAD$. Desuden er $CD = DE$. Vi skal bestemme $\angle BCA$.

Da $C > 60°$, konstruerer vi punktet F på AB, så $\angle ACF = 60°$. Så er ΔAFC ligesidet og AD skærer CF i S. Vi har, at $AS \perp FC$, og da AD desuden er midtnormal for FC, er $DF = DC$.

Da $CD = DE$ har vi nu, at $DF = DE = DC$. Så ligger F på en halvcirkel med EC som diameter, så $\angle EFC = 90°$. Derefter er

$$\angle FEA = 180° - \angle EFC - \angle CFA - \angle FAE = 180° - 90° - 60° - 15° = 15° .$$

Så er ΔEFA ligebenet, så $FA = FE$. Da $AC = FA = FC$, er så $FC = FE$, så ΔEFC er retvinklet og ligebenet. Altså er $\angle FCE = 45°$ og dermed

$$C = \angle FCE + \angle FCA = 45° + 60° = 105° .$$

Der er modtaget 9 besvarelser.