

Steen Bentzen

Matematik for Gymnasiet

Differentialligninger og matematiske modeller.

2. udvidede og reviderede udgave.

Indholdsfortegnelse:

Forord	s. 2
1. Indledende teori om differentialligninger	s. 3
2. Indledende eksempler	s. 10
Radioaktivitet og stråling	s. 10
Temperatur-udligning	s. 12
Biologi og medicin	s. 14
Økonomiske, behavioristiske emner	s. 18
3. Teori - nogle 1. ordens differentialligninger	s. 20
Logistisk vækst og undersøgelse heraf	s. 22
4. Løsninger mm. til indledende eksempler	s. 28
Radioaktivitet og stråling	s. 28
Temperatur-udligning	s. 34
Biologi og medicin	s. 37
Økonomiske, behavioristiske emner	s. 42
5. Separation af de variable	s. 46
6. Teori og eksempler – nogle 2. ordens differentialligninger	s. 53
Differentialligninger af typen: $y'' = h(x)$	s. 53
Differentialligninger af typen: $y'' = ay$	s. 54
Differentialligninger af typen: $y'' + py' + qy = 0$	s. 59
Nogle udvalgte modeleksempler	s. 60
7. Noget om matematiske modeller	s. 71
 <u>Appedices:</u>	
A1. Den dobbelt afledede af en funktion	s. 77
A2. Specielle løsninger til den logistiske differentialligning	s. 78
A3. Detaljerede eksempler på separation af variable	s. 81
A4. Reaktionskinetik i kemi og tilhørende matematiske modeller	s. 83
A5. Determinanter og løsning af to ligninger med to ubekendte	s. 106
A6. Beviser og udvidet teori for lineære 2.ordens differentialligninger	s. 109
A7. Bevis for omskrivning af $c_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + c_2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$	s. 115
 Facitliste til øvelserne i teksten	s. 116
 Opgavesamling	s. 132
 Stikordsregister	s. 136

Forord

I denne 2. udgave af bogen: "Differentialligninger og matematiske modeller" i serien "Matematik for Gymnasiet" er der foretaget korrektioner for samtlige fundne trykfejl mm., der er foretaget en opstramning af opstillingen af de matematiske modeller, og opgavesamlingen er justeret og suppleret. Men primært er forskellen i fht. 1. udgave, at der er tilføjet 5 appendices med udvidelse af teori og modeller – herunder med beviser for sætninger, som kun postuleres i 1. udgave.

Specielt skal det fremhæves, at der er tilføjet et appendix om matematiske modeller i kemi (reaktionskinetik). Jeg vil her gerne takke mine kolleger Ole Hansen og Kirsten Bækgaard Flansmose for deres uegennyttige hjælp til min indvielse i kemiens mysterier. Det skal imidlertid her understreges, at evt. fejl eller uklarheder er mine – og mine alene.

Formålet med denne bog kan stadigvæk inddeles i tre elementer:

- At præsentere en sammenhængende beskrivelse af emnet differentialligninger på gymnasialt niveau
- At give en række eksempler på matematiske modeller indenfor emnet differentialligninger
- At diskutere begrebet: en matematisk model og betydningen heraf.

Bogens indhold og titel afspejler naturligvis dette tredelte formål. Men bogens struktur bevirker desuden, at læseren kan nøjes med at søge et eller to af de omtalte formål realiseret, hvis det måtte ønskes. Læsere der f.eks. kun ønsker at beskæftige sig med differentialligninger på rent matematisk grundlag, kan fokusere på kapitel 1, 3, 5 og første del af 6, medens læsere, der kender til teorien - men ønsker at vide mere om matematiske modeller i tilknytning hertil – kan fokusere på kapitel 2, 4, anden del af 6 og evt. 7.

Der kan i øvrigt let skæres i materialet, så det passer til specielle behov (bestemte differentialligninger, bestemte modelområder/fag osv.) eller til specielle ressourcesituationer (tid, omfang, niveau osv.).

Bogen er beregnet på undervisning i matematik på gymnasialt niveau. Men bogen kan også anvendes på første studieår på en række matematisk orienterede studier. Både bogens struktur og indhold gør den oplagt at bruge i tværfagligt samarbejde og i projekter med fysik, biologi, erhvervsøkonomi og evt. samfundsfag – specielt i en undervisningsstruktur, hvor eleverne/de studerende er på samme hold i både matematik og de nævnte fag.

I forbindelse med modelbeskrivelserne har det været en udfordring at begrænse sig. Man kan derfor altid diskutere hvorfor dette eller hint eksempel er nævnt medens et andet eksempel ikke er nævnt. Det er imidlertid mit håb, at læseren synes om udvalget af eksempler, der er begrænset til at ligge indenfor emnerne: radioaktivitet og stråling, temperaturudligning, biologi og medicin, kemi (reaktionskinetik), samt økonomiske, behavioristiske emner (behavioristisk = adfærds-/handlings-/reaktionsmæssigt).

Der er ligeledes foretaget en begrænsning i den teoretiske tilgang til emnet, idet der kun er omtalt analytiske og ikke numeriske løsninger til ligningerne, ligesom behandlingen af 2.ordens differentialligninger er begrænset til nogle grundlæggende ligninger.

Der er udarbejdet en omfattende facitliste til samtlige øvelser i teksten (kapitel 1-6), hvorimod opgavesamlingen anføres uden facitliste. Opgavesamlingen består i øvrigt af "træningsopgaver" inden for den omhandlede teori. Der er således ikke lagt yderligere modelopgaver ind i opgavesamlingen, der i undervisningssituationer evt. kan suppleres med "Vejledende eksempler på eksamensopgaver i matematik" eller lign.

Der anvendes markeringen ♥ til at angive afslutningen af en øvelse, et eksempel eller et bevis.

Herning, August 2008
Steen Bentzen